

106 學年度第二學期素養教學課程設計示例國小數學學習領域教學單元案例

「分數心臟病」數學奠基模組進教室

設計者：新竹縣蔡寶桂老師、鄭苓巧老師

壹、數學奠基模組進教室教案設計取材的基本資訊

一、數學奠基模組：

第一期數學奠基模組

桌遊活動名稱：分數心臟病《示例：分數假帶互換國小三四年級》

二、要進教室的融入單元：

南一版四年級上學期第 6 單元「分數」

三、融入十二年國教三面九向核心素養於教案設計中

貳、活動設計目標

原有數學奠基模組就是以教科書中之分數學習為主，強調透過單位分量的掌握，進而理解假帶互換之規則(透過遊戲探索，自行發展出來的)。然而，孩子愛玩分數心臟病，但老師們卻礙於教學時間，常不捨得於上課中騰出數學遊戲時間。也常會說，教科書中的進度都趕不完了，哪來時間給孩子玩遊戲呢？因此，本數學奠基模組進教室，第一個需要挑戰的活動設計目標就是，在原有的數學授課時間中，怎樣將分數心臟病的遊戲時間納入？既可以達到概念發展的流暢性，又可以不增加授課時間。第二個挑戰是，如何將數學學習活動也能如分數心臟病般的讓學生樂在學習且願意不斷的投入分數概念的探索活動中，方能使得奠基模組進教室的活動有一個整體性，而不至於產生快樂和制式兩種課堂學習氛圍的衝突與矛盾。更重要的當然是讓學生能學會並有靈活應用分數的素養。

所以，本教案處理的元素除了以數學奠基模組和教科書兩者之外，又納入了十二年國教三面九項核心素養的思維於活動設計中。從 A1「身心素質與自我精進」入手，考量分數表徵在生活中常見的經驗——如摺紙、色紙切割的藝術創作，並考量教學時段發生在學生生活中感興趣的事件，因此選用了以綠色色紙製作「聖誕樹」的學習任務，作為串連整個分數學習活動的擬真實情境脈絡，也讓學生透過動手操作、和數字符號表徵的多樣性，達到教科書單元中要發展的分數概念，使原本零碎的佈題、解題，成為有系統、有組織的一系列數學概念思維，幫助學生培養 A2「系統思考與解決問題」，再加上概念發展過程中的表徵發表與討論 B1「符號應用與溝通表達」和聖誕樹的藝術創作 B3「藝術涵養與美感素養」，活動中透過小組團隊的方式進行涵化其 C2「人際關係與團隊合作」，使本數學奠基模組進教室的設計得以符應素養導向教學設計之四大原則「整合知識、技能與態度」、「在情境脈絡化中學習」、「有學習策略與方法」和「實踐力行的表現」。

因此，本數學奠基模組進教室之教學活動設計目標如下：

- 一、透過聖誕樹的製作與欣賞，融合學生對於分數學習之情意、技能與知識並樂在學習。
- 二、經由分數概念的重組排序，發展學生系統性掌握單位分量、分數種類與互換的學習。
- 三、藉著創作作品大小與符號表徵，激發學生在分類與異同比較中發展分數種類的名詞。

四、應用分數心臟病的數學桌遊活動，引發學生假帶互換的學習策略方法並熟悉此技能。

參、單元內的學習重點的調整

以下分別針對教科書學習內容的調整，以及數學奠基模組的調整兩方面進行說明：

一、南一版四年級上學期第 6 單元「分數」之教科書概念發展順序的調整

原教科書中的活動名稱與概念發展順序為：先讓學生認識三種分數的種類，然後再進行假分數與帶分數之間的互換，最後才學習整數相除得分數的另一種分數意義。但是，因為本活動設計期望由學生自行創作聖誕樹出發，再藉由因有人欣賞他們創作的聖誕樹，所以有人要訂購聖誕樹，所以得知道自己用了多少張色紙來製作聖誕樹，為整個學習任務。因此，在數學概念發展順序上，先以整數相除得分數，藉由創作聖誕樹材料的製作，進而討論分給不同人數、以及分的張數，對於分得的結果之紀錄上的影響，幫助學生理解整數相除得分數之新的分數意義以及算式紀錄，之後再藉由創作紙張大小的設計，使製作而得的聖誕樹所需的色紙張數有小於 1 的真分數，大於 1 的假分數和帶分數兩種紀錄方式，進而認識分數的三種種類，並發現假分數和帶分數是可以用來表示同一種分數的大小的，接著才進入假分數和帶分數互換的練習中。

等到學生對於分數的意義、種類和關係都清楚之後，在進入分數比大小、加減活動中，並於課程最後讓學生將課本的佈題當成是練習題，檢驗是否能將解決學習任務過程中所獲得的概念和知識，應用於解題之上。這樣的設計，打破了教科書以佈題、解題，進行零碎的知識學習，但又能利用教科書的佈題當成學生學習成果的檢驗，幫助現場教師建立「上完課」以及「學完了」的安全感和信心。

調整前的概念發展順序	調整後的概念發展順序
6-1 認識真分數、假分數、帶分數	一、用分數表示整數相除的結果
6-2 假分數和帶分數的互換	二、認識真分數、假分數、帶分數
6-3 用分數表示整數相除的結果	三、假分數和帶分數的互換
	四、分數比大小、加、減
	五、練習課本的習題

二、分數心臟病之數學奠基模組活動設計的調整

因為之前的數學奠基模組是以幫助學習弱勢學生的數學概念發展奠基活動，因此僅以色紙操作、分數表徵與互換的記錄活動為導入前提，主要是希望透過撲克牌的數學桌遊，幫助學生喜歡數學並獲得有效的學習。但在，奠基模組進教室的思考之下，面對的學生為數學學習程度片及高、中、低的所有學生，再加上因以核心素養導向進行教學活動的設計，所以透過情境脈絡化的學習任務串聯，使學生在實踐力行中展露其學習策略和方法，使其得以獲得認知、情意和態度整合之素養學習的展現。

因此，奠基模組進教室與原有之活動的設計差別：包含加入因應教材發展當下(十二月)最濃郁的聖誕節，並以聖誕樹製作當成學習情境脈絡的鋪陳；也將原本好取材、對折分割之正方形色紙改為圓形色紙；並且為了能同時達到教材中之分母的數字和考量圓形色紙對折切割之技術上的問題，所以分母的數字由 4 和 8 調整為 2、4 和 8，由逐步出現

調整為分組同時製作；真分數、假分數和帶分數的分數種類，由引導學生逐步操作、互換和介紹，調整為透過同一個聖誕樹創作作品所需要用的材料數量之分數表徵的方法個數分類，發現分數種類的三種描述方式，再進行假分數和帶分數互換的討論；唯一不變的是，之後都會引入分數撲克牌—心臟病的遊戲，但模組進教室還需要考量學生在後續教科書中對於各種數字大小之假帶互換的掌握能力，因此再利用教師隨手在黑板上繪製更大顆的聖誕樹，讓學生用假分數和帶分數兩種分數同時來表達大型聖誕樹所需的色紙材料之數量，作為數學概念學習成果的檢驗。

調整前的活動設計	調整後的活動設計
<ul style="list-style-type: none"> ● 沒有情境 ● 操作「正方形」色紙，由真分數→假分數→帶分數，「依序」進行下面的單位分量操作活動 <ul style="list-style-type: none"> ✓單位分量：四分之一張 ✓單位分量：八分之一張 ● 帶入分數撲克牌之心臟病的遊戲 	<ul style="list-style-type: none"> ● 有情境：製作聖誕樹 ● 操作「圓形」色紙 ● 融入整數相除得分數的概念與紀錄，「同步」進行單位分量的製作活動 <ul style="list-style-type: none"> ✓單位分量：二分之一張 ✓單位分量：四分之一張 ✓單位分量：八分之一張 ● 分類聖誕樹的製作材料數量，發現： <ul style="list-style-type: none"> ✓可以分成真分數、假分數和帶分數 ✓用量超過1以上的同一張聖誕樹，可以有假分數和帶分數、假分數和整數的兩種表示方式。 ✓聚焦在八分之一張的聖誕數製作之假分數和帶分數的互換討論 ● 帶入分數撲克牌之心臟病的遊戲 ● 創作聖誕樹的材料之數量確認

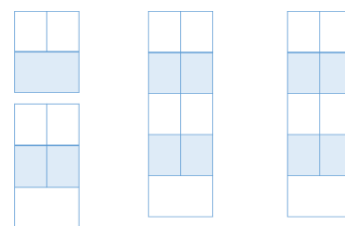
肆、分數心臟病奠基模組進教室教案

一、學習材料準備

- (一)綠色系列圓形色紙一包，足供學生分割製作聖誕樹
- (二)每組四張不同大小的白色影印紙，由最小到最大分別為：A5、A4、B4、A3
- (三)學習紀錄單：A4 影印紙，短邊對裁成長條，記錄整數相除得分數之算式
；A4 影印紙，長邊對裁成 A5，記錄製作聖誕樹所用掉的色紙數量
- (四)膠水、彩色筆：膠水用於排列完聖誕樹造型後，黏貼在白色影印紙上。
彩色筆用於在聖誕樹造型上，畫上各種裝飾品與禮物的效果。
- (五)分數撲克牌，每組 A 套組一盒。

二、學生分組前置作業與即將製作之單位分量的關係

將學生分為 3 人、5 人和 9 人一組，座位安排如右：
每組包含發色紙的一人，和分色紙的多人
，所以每一組所製作出的色紙之單位分量說明如下表：



每組人數		3 人	5 人	9 人
活動任務	切割色紙、分色紙給同組的同學	1 人	1 人	1 人
	領分割後的色紙，每回一人拿一片	2 人	4 人	8 人
	標記每回領到的單位分數在色紙之上	$\frac{1}{2}$ 張	$\frac{1}{4}$ 張	$\frac{1}{8}$ 張
	確認領色紙的每位同學手上的色紙數量	$\frac{n}{2}$ 張	$\frac{m}{4}$ 張	$\frac{p}{8}$ 張
	全班從上面的數量，猜不同組的分色紙活動：分了幾張？分給幾人？	分 n 張 分 2 人	分 m 張 分 4 人	分 p 張 分 8 人

三、奠基模組進教室教案

領域/科目		數學領域	設計者	新竹縣國民教育輔導團蔡寶桂老師	
實施年級		四年級	總節數	共 6 節， 240 分鐘	
單元名稱		製作聖誕樹			
學習重點	學習表現	n-III-5:理解整數鄉廚的分數表示的意義(在平分情境下)。 n-II-6:理解同分母分數的加、減、整數倍的意義、計算與應用。認識等值分數應用於簡單異分母分數之比較與加減的意義。		核心素養	A1 身心素質與自我精進 A2 系統思考與解決問題 A3 規劃執行與創新應變 B1 符號應用與溝通表達 B3 藝術涵養與美感素養 C2 人際關係與團隊合作
	學習內容	N-4-5 同分母分數：包含真分數、假分數、帶分數名詞引入。假分數和帶分數的變換。同分母分數的比較、加、減與整數倍。			
教學活動內容及實施方式					核心素養呼應/開展說明
活動一、聖誕樹創作					A1 身心素質與自我精進
授課時間：2 節 課前準備： (一)綠色圓形色紙數張 (二)每人(小幫手除外)剪刀或美工刀一支 一、聖誕節到了 1. 聖誕節快到了。小朋友你們期待嗎?? 2. 聖誕節中有哪些讓你印象最深刻的？ ——聖誕節音樂 ——聖誕節樹 ——聖誕禮物 3. 讓我們一起來創作聖誕樹！ 4. 創作聖誕樹需要準備甚麼呢??					

5. 就讓我們用綠色的圓形色紙來拼貼聖誕樹！

二、創作聖誕樹材料準備：分一分

■ 透過分組遊戲方式，將綠色系列圓形色紙平分成 2、4、8 等份，製作出 $\frac{1}{2}$ 張、 $\frac{1}{4}$ 張、 $\frac{1}{8}$ 張的扇形色紙，做為聖誕樹製作的材料。

■ 遊戲規則說明如下：

在指定的時間內，如 5 分鐘，各組進行以下的活動，於時間到之後，再比較各組分的色紙之多寡。

1. 小幫手每次拿出一張完整的色紙，交給組內一位同學。
2. 拿到色紙的同學，依據小組人數(扣除小幫手)，等分色紙，先摺再剪或割。
3. 將等分後的色紙(扇形)，平分給小組內的每一個小朋友(小幫手除外)。
4. 拿到色紙的小朋友，在每一小片扇形色紙上寫上色紙的大小，如 $\frac{1}{n}$ 張。
5. 等全組小朋友都完成了一片色紙張數大小的紀錄之後，再向小幫手拿一張色紙。
6. 小幫手再將一張完整的色紙，交給另一位同學，依序進行前 1 到 5 的步驟。

注意事項：

1. 小幫手發色紙時，應盡量使每位組內的同學都可以等分割色紙，輪完一輪之後可以再反覆。
2. 同學在寫所分得的扇形色紙之大小時，一定要提醒同學記得將單位「張」寫上去，不要只寫單位分數。

■ 競賽結果確認—教師提問

1. 教師任意指派一位同學發表手上的色紙有多少張？ $\frac{m}{n}$ 張
2. 教師其他組別的同學依據發表同學所說的紙張數字，推測回答以下問題(可以任意挑選)：

◎請問扣除小幫手後，他們這一組有幾個同學？

◎他們這一組的每一片是幾張？($\frac{1}{n}$ 張)你是怎麼知道的？

◎請問這一組有幾個 $\frac{1}{n}$ ？(m 個)小幫手剛剛發給他們幾張色紙？

請問這一組的小幫手發出去多少張色紙？(m 張)你是怎麼知道的？

C2 人際關係與團隊合作

A2 系統思考與解決問題

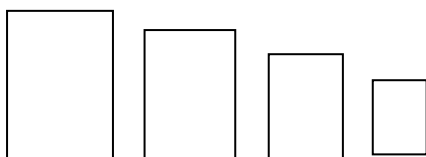
■ 用數學算式紀錄比賽結果

1. 如果要用一個有除法符號的數學算式，記錄你們這們這一組剛才的比賽結果，要怎麼記？
2. 小組討論後，將想法寫在小白板上。(列出算式： $a \div b = \frac{a}{b}$)
3. 從數學算式說說看，剛剛發色紙、分色紙和拿到多少色紙？

二、創作聖誕樹：貼一貼

教學準備：

每一組準備四種不同大小的白色影印紙，由大到小分別為 A3、B4、A4、A5



■ 拼貼聖誕樹

1. 老師給每一組小朋友四種不同大小的色紙各一張。
2. 請用你們自己組內剛剛比賽平分的扇形色紙，先在紙張上拚排聖誕樹的樣子，每張白紙上排一棵聖誕樹。
3. 全組討論確認聖誕樹的排法後，如果沒有需要再調整的話，就分工合作，用膠水將聖誕樹黏貼在白紙上，每組完成四棵大小不一樣的聖誕樹（每張紙上 A3、B4、A4、A5 各一棵聖誕樹）。

■ 裝飾聖誕樹

1. 完成聖誕樹張貼的小朋友，可以利用課後時間，用色筆在聖誕樹上畫上可能的裝飾或禮物!!(絕對不可以再用色紙張貼，以免干擾後續的色紙大小討論)
2. 完成後交給老師，老師事先收起來，以營造下次的課程話題。

活動二、聖誕樹揭密

授課時間：2 節

課前準備：

- 老師事先將學生之前完成的聖誕樹依據組別順序，全部都張貼在黑板上。

- 老師事先準備 $\frac{1}{2}$ 張、 $\frac{1}{4}$ 張和 $\frac{1}{8}$ 張的扇形色紙數張，以供學生操作檢驗之用。

- 每組至少 A5 的白紙 10 張以上。

B1 符號應用與溝通表達

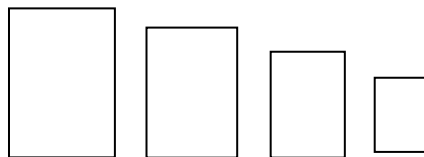
B3 藝術涵養與美感素養
C2 人際關係與團隊合作

B3 藝術涵養與美感素養

一、受歡迎的聖誕樹

各位同學，老師很愛你們上次做的聖誕樹，而且跟別的老師分享時，大家也都覺得你們做的聖誕樹實在是太有特色和童趣了！所以，其他老師也希望你們可以做出跟黑板上一樣的聖誕樹，跟其他老師和同學分享。

- 要做出跟上次一樣的聖誕樹，需要多少張色紙嗎？
- 讓我們來規劃看看！
- 每棵聖誕樹要用幾張色紙來製作？
- 你們那一組在不同大小紙張上所張貼的聖誕樹，用掉的色紙一樣多嗎？(不一樣)
- 不同大小紙張影印紙上的聖誕樹所需的色紙張數，你覺得哪一棵所需要的張數比較多？
- 我們待會兒要怎麼溝通，張貼聖誕樹的紙張大小，才能清楚告訴大家你講的是哪一張聖誕樹創作作品呢？



- 注意事項：

直接以紙張規格溝通，增加孩子生活常識，如 A3、B4、A4、A5
用紙張大小視覺描述來溝通語言，如大張、中張、小張、小小張
不論用哪一種描述方式，請將紙張大小的溝通語言，標示在紙張右上角。

- 學生分組合作完成任務

1. 如果老師也想要做出跟紙張上的一樣的聖誕樹，每一棵聖誕樹剛好用了幾張圓形色紙來拼貼呢？

—請你們算一算，並把答案記錄在小紙張上。

(各組討論之後，將每棵聖誕樹所需要的色紙張數，寫在老師放在各組桌上的白紙上(A5))

—請小組內分享你為什麼這樣紀錄？

2. 小組完成之後，連同你的聖誕樹和數字，一起張貼到黑板上。

- 全班討論每棵聖誕樹所需的紙張數量

三、真真假假：同一棵聖誕樹有幾種分數的表示方式？

- 老師將同學的作品，約略整理為三堆

—只有一種分數紀錄的(若出現 $1/2$ 和半張，請參閱教學介入點

A3 規劃執行與創新應變

A2系統思考與解決問題

C2 人際關係與團隊合作

A3 規劃執行與創新應變

B1 符號應用與溝通表達

討論)

—有一種分數紀錄、一個整數紀錄的

—有兩種分數紀錄的(同一棵聖誕樹分別以假分數、帶分數表示)

■ 請同學上台發表做聖誕樹所需的紙張之記錄。

1. 每棵聖誕樹的分數紀錄有幾種?

2. 想想看, 為甚麼有些聖誕樹有兩種分數的紀錄? 有些聖誕樹只有一種紀錄?

—只有一種分數紀錄的聖誕樹所用掉的色紙不超過一張, 我們叫它「真分數」

—有兩種分數紀錄的聖誕樹所用掉的色紙超過一張, 兩種紀錄方式一種叫做「假分數」、一種叫做「帶分數」。

3. 這兩種紀錄的大小一樣嗎?

假分數或超過 1 以上換成整數, 或者是有整數有分數的帶分數。(假分數和帶分數、或假分數和整數)

■ 假分數和帶分數的互換

老師用以 $\frac{1}{8}$ 張做成的聖誕樹為例, 帶學生仔細的討論假分數與帶分數的互換。

1. $\frac{n}{8}$ 張有多少個 $\frac{1}{8}$ 張?

2. 多少個 $\frac{1}{8}$ 張可以排成一個圓? 可以排成 1 張?

3. 還剩下幾個 $\frac{1}{8}$ 張?

4. $\frac{n}{8}$ 張的假分數也可以表示成 $m\frac{p}{8}$ 的帶分數?

■ 分數心臟病—熟悉假帶互換分數

一、假分數換帶分數

1. 教師找一組同學上台進行示範, 並說明:

—玩遊戲時, 玩家的手牌要蓋起來, 可以擺在桌上或單手拿牌。

—依照順時針方向出牌。

—出牌時, 要將手牌攤開擺在正中間的牌堆中。

—出牌時, 每位玩家都須同時喊出分數數詞序列, 此部分請參考數牌規則。

—當聽到口中唸出的分數和出牌的分數一樣時, 就得伸手到正中間的牌堆處拍牌。

—出手最慢(拍手的手在所有玩家的最上方者)的人, 要將正中間牌堆的牌全數收回到自己的手牌中。

B1 符號應用與溝通表達

A2 系統思考與解決問題

A3 規劃執行與創新應變

—下一輪，由剛才的輸家當第一個出牌的玩家，依序進行數牌、攤牌，並拍牌。

2. 將 B 套組分數卡平均發給每位參與者：

—一輪每人 1 張，直到將所有撲克牌全部發給所有玩家為止。

—如果沒有平分，就由手牌多 1 張的玩家當第一或二、三位…出牌者。

3. 同學開始玩分數撲克牌

二、帶分數換假分數

用分數擴充卡來熟悉帶分數換假分數

1. 依各組的聖誕樹分母(2、4、8)玩分數擴充卡。

—莊家翻開整數牌

—玩家出分數牌後練習喊出假分數

—莊家翻開分數牌後，其他玩家喊出假分數，由莊家判斷誰的速度最快就是贏家，贏家可以拿回該次的所有牌，當成個人得分。並且可以成為下一回合的莊家。

2. 各組交換玩。

活動三、聖誕樹大小與合計

授課時間：1 節

1. 要製作這些聖誕樹，所需要用的色紙多寡，哪一棵最多？哪一棵最小？

—利用聖誕樹進行同分母真分數、假分數、帶分數的大小比較

—從任意兩棵比大小到排出同分母的大小

—大棵聖誕樹要比小棵聖誕樹多準備幾張色紙？

—用算式要如何紀錄？

2. 如果同時要製作兩棵不同大小的聖誕樹，要用掉多少張色紙？

—利用聖誕樹進行同分母真分數、假分數、帶分數的加法。

—用算式要如何紀錄？

活動四、綜合活動

1. 老師已經將這個單元的重要數學概念都教完了。

2. 請你們打開數學課本中的第 6 單元，把每個題目都看過、做過，有問題的再舉手告訴老師。

■ 學生個別或小組解題，老師進行行間巡視，並適時針對學生的提問，進行個別的指導。

■ 若發現學生有共同的問題，老師再到台前進行全班的指導！

A2 系統思考與解決問題

B1 符號應用與溝通表達

A1 身心素質與自我精進

A2 系統思考與解決問題

伍、學習單：

發現「分數心臟病」的秘密

我們玩過「分數心臟病」的遊戲，不管你剛才的比賽是輸或贏，接下來的學習單，可以紀錄你的活動結果。用心想一想，用自己的話完成此學習單，才是這個活動最完美的勝利者。加油喔！

我的姓名是：

(一)遊戲過程中，口數、聽到哪些分數數詞時，你得拍那些分數卡的牌呢？

請完成下面的紀錄表

拍牌的紙牌	同分母分數的紀錄	這組分子的特性
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$ 、 $\frac{9}{8}$ 、 $\frac{17}{8}$ 、 $\frac{25}{8}$ 、 $\frac{33}{8}$ 、 $\frac{41}{8}$ 、 $\frac{49}{8}$ 、 $\frac{57}{8}$ 、 $\frac{65}{8}$ ……	8 的倍數+1
$\frac{2}{8}$		
$\frac{3}{8}$		
$\frac{4}{8}$		
$\frac{5}{8}$		
$\frac{6}{8}$		
$\frac{7}{8}$		
$\frac{8}{8}$		

(二)在遊戲過程中，你是用甚麼方法正確找到「口數、聽牌」與「拍牌」之間的關係？

結論：上面這些方法，都可以用來解決假分數與帶分數的互換(例如： $\frac{37}{8}=4\frac{5}{8}$)。

(三)贏得比賽的方法，除了上面的發現外，我還發現了……

答：

陸、教師介入之教學要點

- 一、情境脈絡化的學習情境鋪陳，不見得要比照以聖誕樹的製作為學習任務，而是可以依據當時的時令、節氣與在地文化，思考對於引動學生學習分數最有感的情境鋪陳。例如，過年前上課，可以利用扇形色紙做爆竹；母親節可以利用愛心花的創作等，甚至非色紙藝術創作，而是孩子最感興趣的食材，皆可。
- 二、在進行聖誕樹所需的色紙張數的分類時，也會有假分數換成整數的部分，這個雖然不在假分數和帶分數互換的範圍之內，但卻是學生在處理假分數時，可能會處理的問題結構。所以，教師在此部分已要正視此問題類型。
- 三、一定要成功建立學生以單位分量進行分數描述的能力，並看到紙牌上同一個分數數值，有不同的分數圖像表徵(指有塗色的單位分量之位置不同)，幫助學生掌握原來單位分數也是一個可以拿來計數的單位，也就是分數也是一個數。